Inductancia

La inductancia es la capacidad de almacenar energía debido a un campo magnético, como sucede con un capacitor en un campo eléctrico.

Bobina de 1500 vueltas y pila de 6 [V]

Inductancia

La inductancia es la propiedad de un circuito o elemento de un circuito para retardar el cambio en la corriente que pasa por él. El retardo está acompañado por absorción o liberación de energía y se asocia con el cambio en la magnitud del campo magnético que rodea los conductores.

Circuito CL

Inductancia

En muchos problemas de ingeniería la variación de flujo magnético involucrada en la ecuación de Faraday es producida por variaciones de corriente, en tales caso, es mucho más simple resolver los problemas por medio del concepto de inductancia, sin aplicar la ley de Faraday; ya que la medición directa de la corriente y la inductancia es más sencilla que la del flujo magnético.

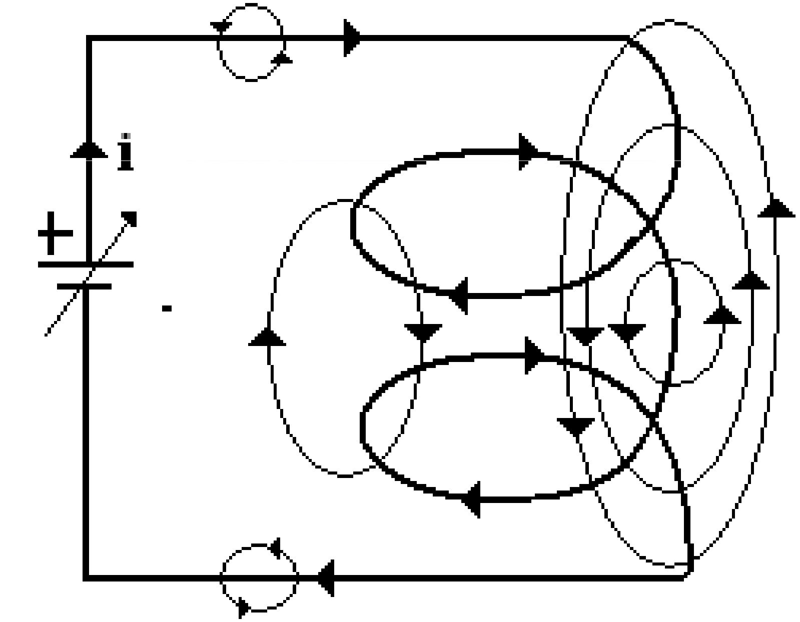
Inductancia

- En el espacio libre o vacío, y en la gran mayoría de las sustancias, existe una relación de proporcionalidad directa entre el flujo concatenado y la corriente i que lo produce, por lo que podemos escribir

$$\lambda \propto i$$

Inductancia

- Cuando se tiene un circuito aislado que transporta una corriente i, el único flujo involucrado es el producido por el propio circuito.



Inductancia

- La relación de proporcionalidad se puede expresar como una igualdad al obtener el valor constante de proporcionalidad del circuito particular, la cual dependerá del medio y de sus factores geométricos, por lo que la relación se transforma en

$$\lambda = L \cdot i$$

Inductancia propia

- Por lo tanto

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{d\lambda}{di}\left[\frac{Wb \cdot vuelta}{A} = H\right]$$

Inductancia propia

Donde:

- L se conoce como inductancia propia o autoinductancia del circuito y la unidad resultante se conoce como henry, en honor del científico norteamericano Joseph Henry
- La interpretación de esta última ecuación indica que L representa la derivada de lamda (flujo concatenado) respecto a la corriente, evaluada para un valor dado de i.

Inductancia propia

- Recordando que:

$$\lambda = N\phi$$

$$N\phi = Li$$

Derivando con respecto al tiempo

$$N\frac{d\phi}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

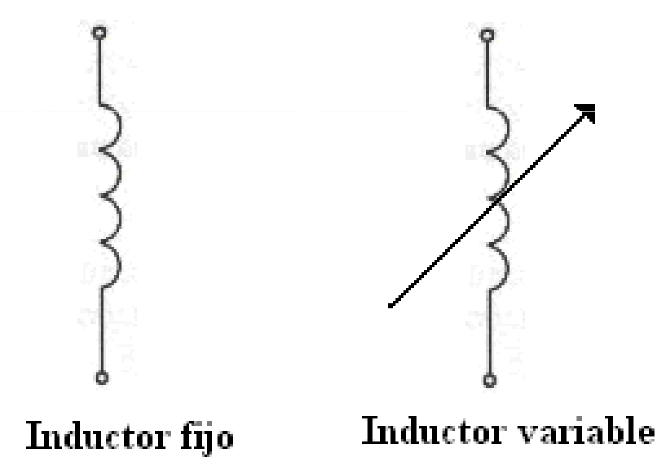
Inductancia propia

- Recordando la ley de Faraday

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

Inductancia

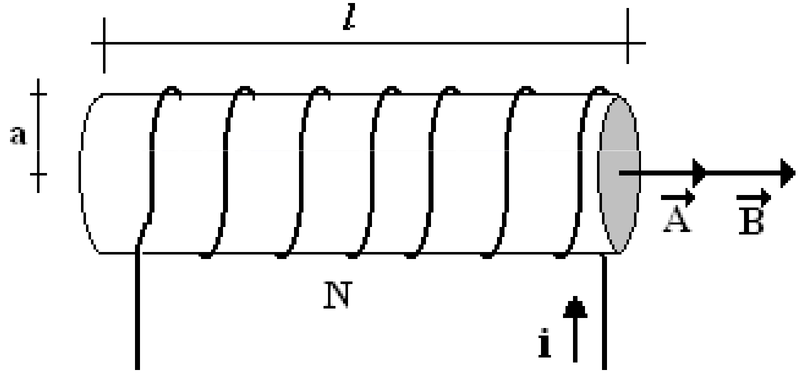
A los dispositivos que se fabrican con el propósito de utilizar la propiedad llamada inductancia se les conoce como inductores. En la figura se muestra el símbolo que representa a un inductor



Inductancias

Inductancia propia de un solenoide largo

Sea un solenoide largo



$$\phi = BA = \frac{\mu_0 N i}{\ell} A$$

$$\lambda = N\phi = \frac{\mu_0 N^2 i}{\ell} A$$

$$como \quad L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2}{\ell} A[H]$$

Inductancia propia de un solenoide largo

Determinar el valor de la inductancia de un solenoide con sección circular r=3[cm], *l*=30 [cm] y 640 [vueltas] con núcleo de aire.

L=4.85[mH]

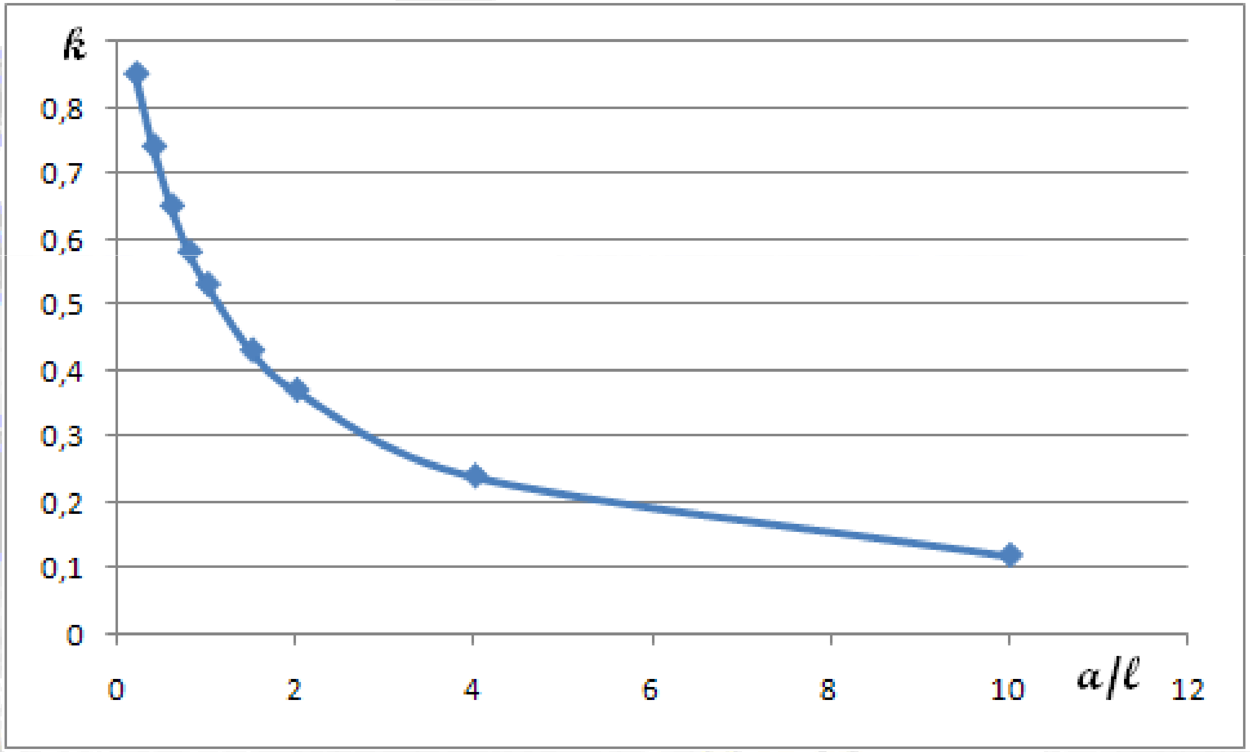
Inductancia propia de un solenoide corto

Para el caso de un solenoide corto es necesario aplicar un factor k de corrección y la expresión para obtener la inductancia apropia es:

$$L = k\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}[H]$$

Gráfica para obtener el factor de corrección

a/l	K
0.2	0.85
0.4	0.74
0.6	0.65
0.8	0.58
1.0	0.53
1.5	0.43
2.0	0.37
4.0	0.24
10.0	0.12



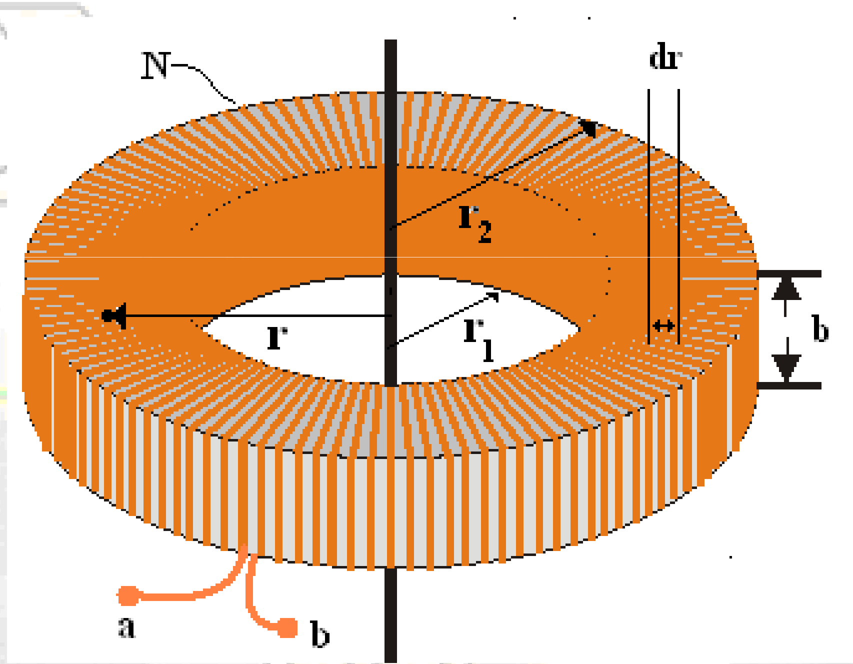
Inductancia propia de un solenoide largo

Determinar el valor de la inductancia de un solenoide con sección circular de radio r = 6[cm], longitud l = 6[cm], 120 vueltas enrolladas uniformemente y un factor de corrección k = 0.53.

L=1.8 [mH]

Inductancia propia de un toroide de sección rectangular.

En la figura se muestra una bobina toroidal, sus radios internos y externos son r_1 y r_2.



Inductancia propia de un toroide de sección rectangular.

El campo magnético

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

El flujo

$$\phi = \int B\,dA = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} b\,dr$$

Inductancia propia de un toroide de sección rectangular.

Sustituyendo limites

$$\phi = \frac{\mu_0 N i b}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

La inductancia

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} [H]$$

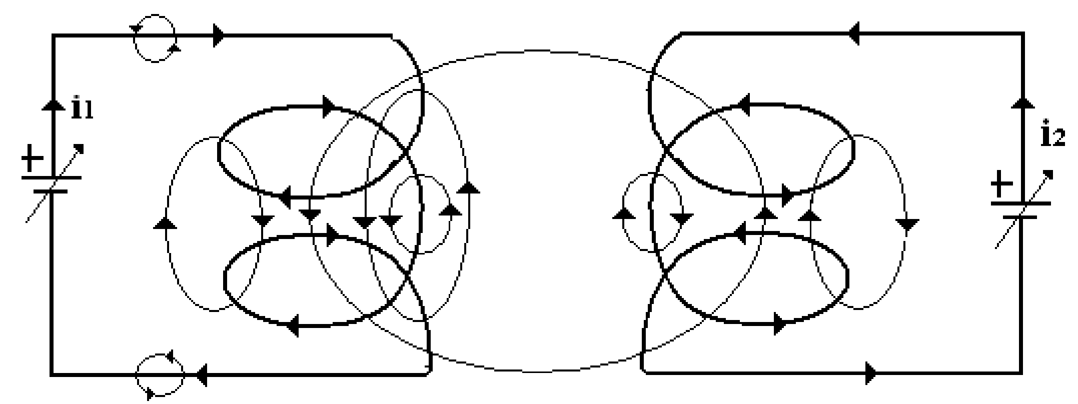
Inductancia propia de un toroide de sección rectangular.

Un toroide de sección rectangular tiene las siguientes características: r1=8[cm], r2=10[cm], b=1 [cm]; N=3000 [vueltas] y posee núcleo de aire. ¿Cuál es el valor de la inductancia propia?.

L=4.017 [mH]

Inductancia mutua

- En la siguiente figura se observan dos circuitos con sus respectivas fuentes variables. La corriente en el circuito uno produce un flujo que enlaza las espiras del circuito dos.



Inductancia mutua

Similarmente la corriente en el circuito dos produciría un flujo que enlazará a las espiras del circuito uno

Usando el concepto de concatenación de flujo se pueden plantear las siguientes ecuaciones.

$$\lambda_{12} = N_1 \phi_{12} = M_{12} i_2$$

$$\lambda_{21} = N_2 \phi_{21} = M_{21} i_1$$

Inductancia mutua

Cuando la corriente en el circuito 1 cambia, el flujo en el inductor 2 también cambia; este flujo cambiante induce una fem 2 en la bobina 2, dada por:

$$\varepsilon = -N\frac{d\lambda}{dt}$$

Inductancia mutua

- Sustituyendo:

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Es decir, un cambio en la corriente i_1 induce una fem en la bobina dos que es proporcional a la rapidez del cambio de i_1.

Inductancia mutua

La definición de inductancia mutua se puede escribir como

$$M_{21} = \frac{N_2 \phi_2}{i_1}$$

Se puede demostrar que:

$$M_{12} = M_{21} = M$$

Inductancia mutua

La inductancia máxima se obtiene cuando los flujos enlazados son máximos:

$$M_{máx}^2 = M \cdot M = \frac{\lambda_1}{i_1} \cdot \frac{\lambda_2}{i_2} = L_1 L_2$$

$$M_{máx} = \sqrt{L_1 L_2}$$

Inductancia mutua

En realidad la inductancia mutua depende de la geometría de los inductores y se acostumbra usar un factor k, denominado factor o coeficiente de acoplamiento, cuyo valor se encuentra entre 0 y 1.

Inductancia mutua

- Por lo tanto, la inductancia mutua se puede obtener como
- $$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$
- Donde:

$$0 \leq k \leq 1$$

Inductancia mutua

- Repitiendo el análisis para el inductor 1, es decir, una corriente cambiante i2 produce un flujo variable en el inductor 1, se tiene que:

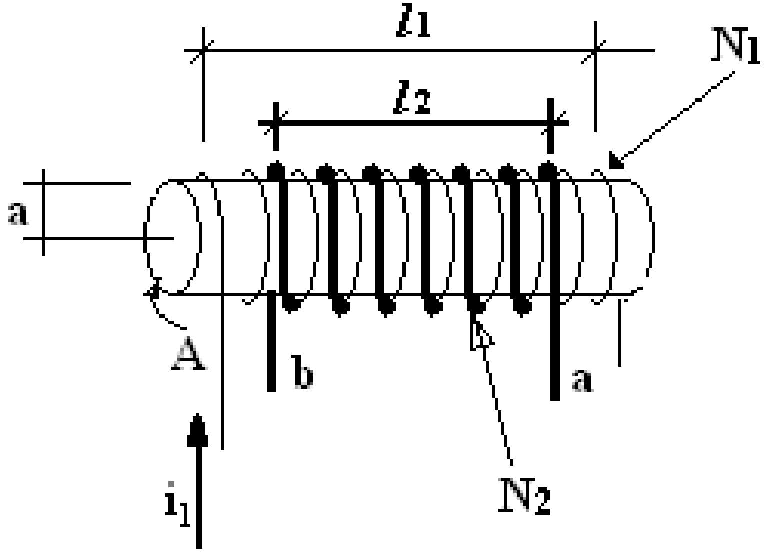
$$\varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt}$$

y

$$\varepsilon_1 = -M\frac{di_2}{dt}$$

Inductancia mutua entre dos solenoides coaxiales

Dos solenoides de enrollamientos uniformes se colocan unos sobre otro. El solenoide 1 es largo por lo que todo su flujo cruza cada vuelta del solenoide 2, su inductancia mutua es:



Inductancia mutua entre dos solenoides coaxiales

$$\phi_{21} = \phi_1; \rightarrow \lambda_{21} = N_2\phi_1$$

$$M = \frac{\lambda_{21}}{i_1} = \frac{N_2\phi_1}{i_1}$$

$$\phi_1 = BA = \frac{\mu_0 N_1 i_1 A}{\ell_1}[Wb]$$

- Por lo tanto

$$M = N_2\frac{\mu_0 N_1 A}{\ell_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{\ell_1}[H]$$

Inductancia en solenoides

- Se tienen dos solenoides enrollados en un núcleo ferromagnético común ($\mu = 10\mu_0$) , con área a = 2 [cm^2], con longitud l=10 [cm], considerando ambos solenoides largos N1=2000 [vueltas] y N2=3000 [vueltas] y despreciando el flujo disperso, determinar:

a) La inductancia propia de cada solenoide

b) La inductancia mutua.

Inductancia en solenoides

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{\mu N^2 A}{l}; \qquad L_1 = 0.1[H]; \qquad L_2 = 0.226[H]$$

$$M = \frac{N_2 \phi_{21}}{I_1} = \frac{N_1 N_2 \mu A}{l_1} = 0.15[H]$$

Energía almacenada en un campo magnético

$$dW = L\frac{di}{dt}dq = L\frac{dq}{dt}di$$

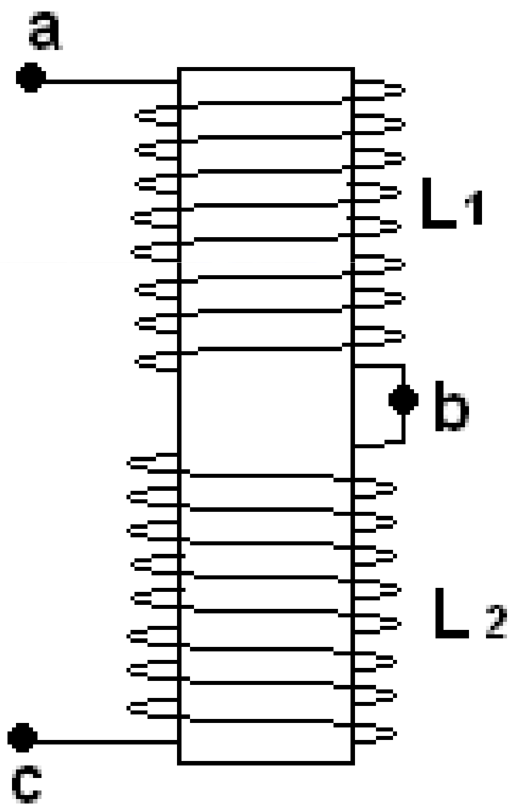
$$U = \frac{1}{2}Li^2[J]$$

- Ecuación que indica que al circular corriente por cualquier inductor existirá una energía almacenada asociada al campo magnético.

Conexión en Serie

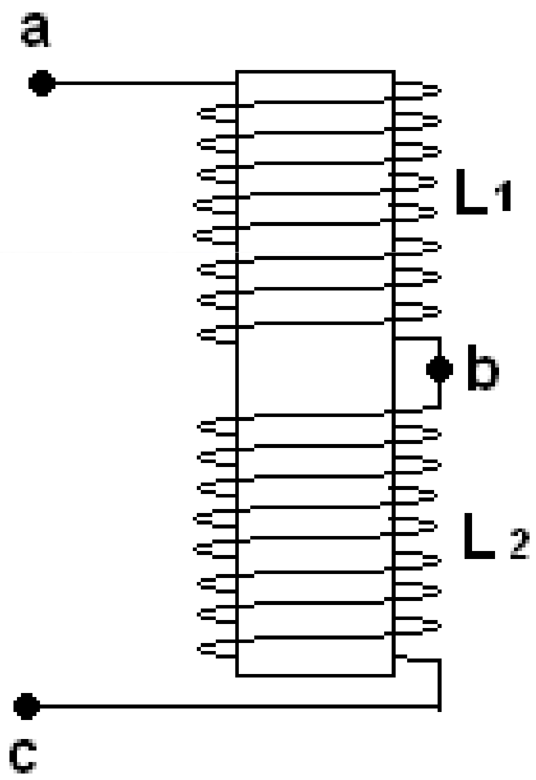
En la figura se muestran dos inductores
cercanos conectados en serie y con enrollamientos
en sentidos opuestos (flujos enlazados en diferente dirección).

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$$



Conexión en Serie

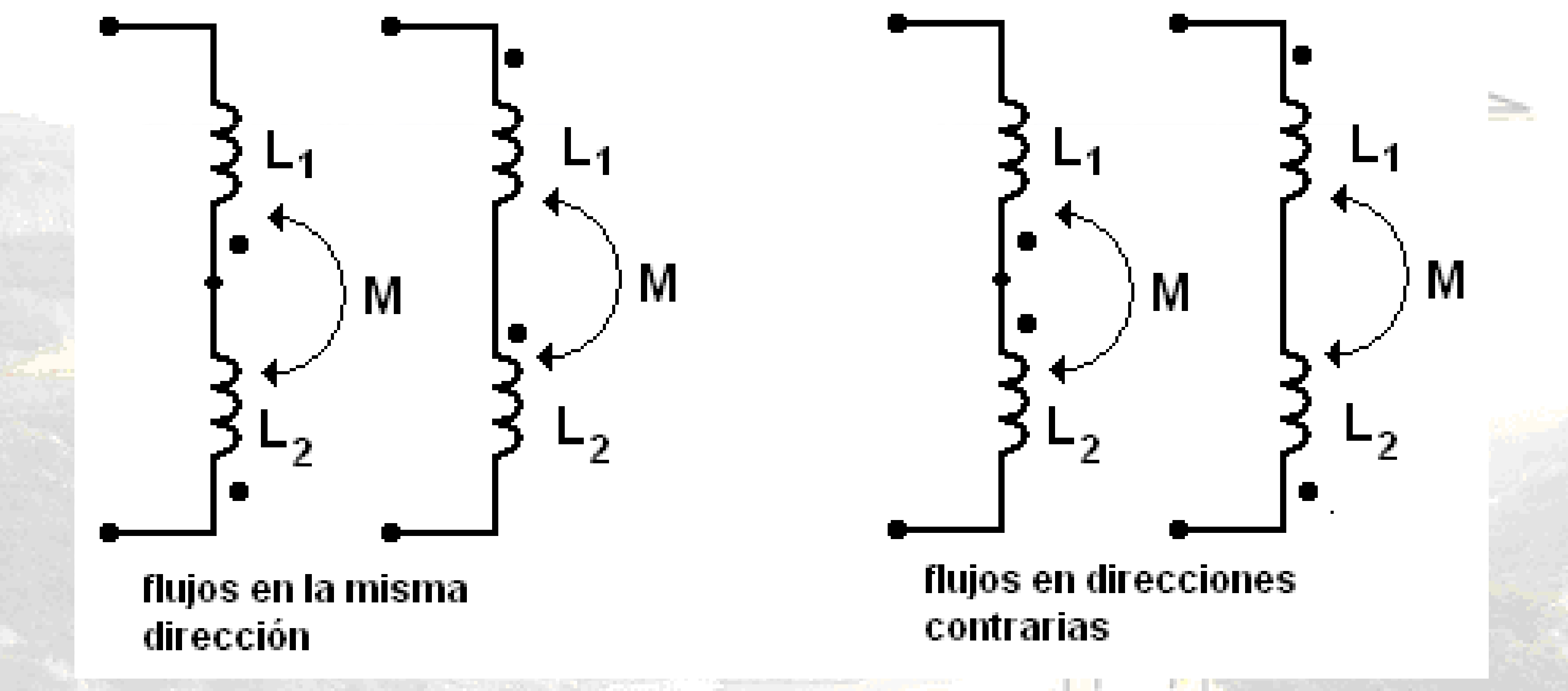
- En la figura se muestran dos inductores cercanos conectados en serie y con enrollamientos en el mismo sentido (flujos enlazados en la misma dirección).



$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

Conexión en Serie

- Marcas de polaridad en inductores en serie.



Conexión en Serie

- En el caso particular en que el coeficiente de acoplamiento es muy pequeño y

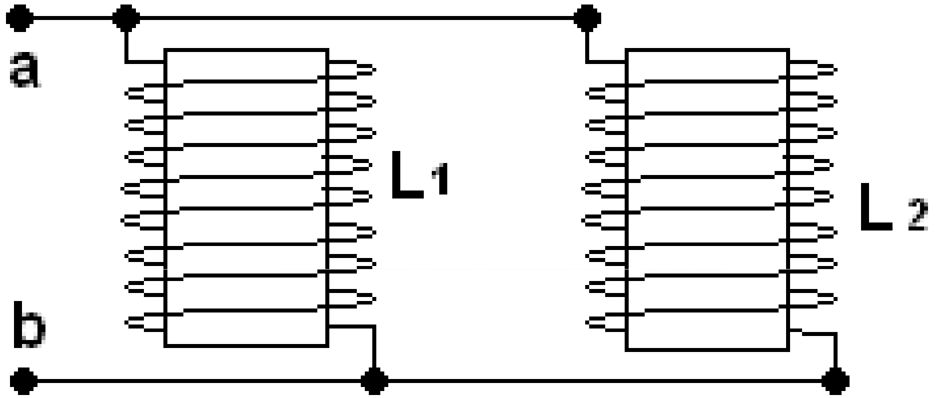
$$M << L_1 \ y \ L_2$$

- Las ecuaciones anteriores se pueden aproximar como

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

Conexión paralelo

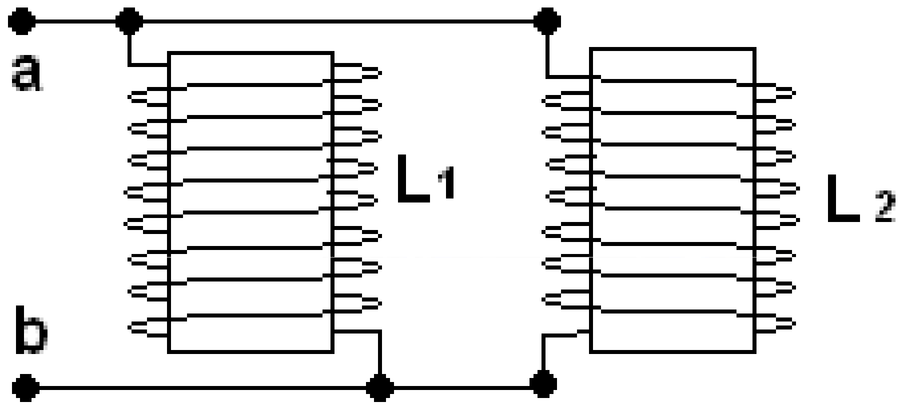
- En la figura se muestran dos inductores en paralelo con flujos en direcciones iguales.



$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

Conexión paralelo

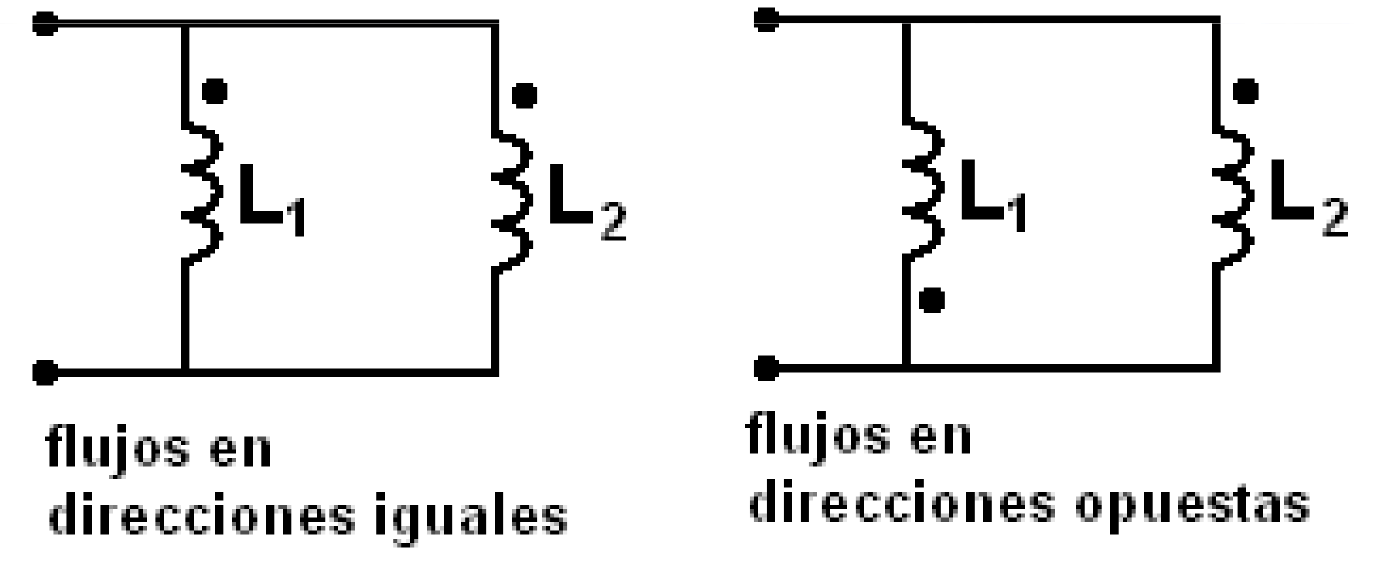
- En la figura se muestran dos inductores en paralelo con flujos en direcciones contrarias.



$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

Inductores en paralelo. Marcas de polaridad.

- Colocación de las marcas de polaridad en inductores en paralelo



Conexión paralelo

- En el caso de que M << L_1 y L_2

  las ecuaciones anteriores se pueden aproximar a:

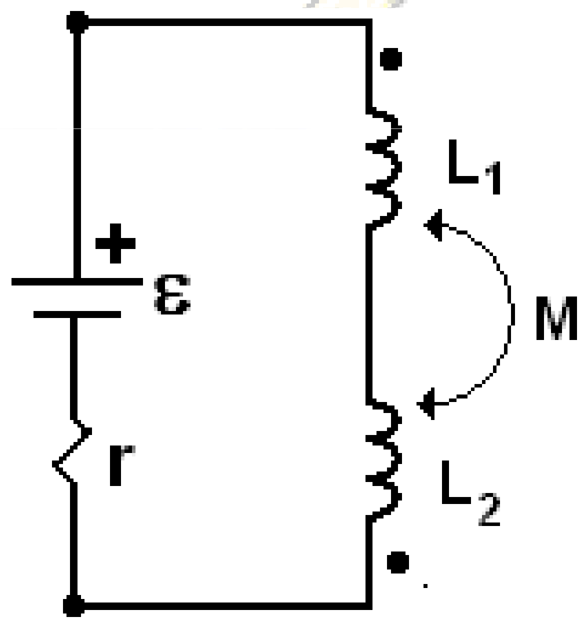
$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

Ejemplo

Dos solenoides L1 (N1=200, l1=12[cm], a1=1[cm] y r1=6[ohm]) y L2 (N2=1000, l2=10 [cm], a2=1 [cm] y r2 =3[ohm]) se conectan en serie a una fuente de 24[V] con 1 [ohm] de resistencia interna. Si el coeficiente de acoplamiento es k=0.2. Determine:

a) Las autoinductancia L1 y L2 de los solenoides

b) El inductor equivalente a la conexión serie.



Ejemplo

a) L1=0.13159 [mH]

L2=0.987 [mH]

b) M=0.07207[mH] y L=0.9744[mH]

Bibliografía.

Gabriel A. Jaramillo Morales, Alfonso A. Alvarado Castellanos.
Electricidad y magnetismo.
Ed. Trillas. México 2003

Sears, Zemansky, Young, Freedman
Física Universitaria
Ed. PEARSON. México 2005